

宇宙空間における高電位電極とプラズマの相互作用 に関するテスト計算

目次

1. 導入
 - 1.1 宇宙空間における電極とプラズマ
 - 1.2 空間電荷制限電流
 - 1.3 目的
2. 数値モデル
 - 2.1 モデル設定と基礎方程式
 - 2.2 無次元化
3. 数値計算
 - 3.1 計算方法
 - 3.2 境界条件
4. 結果
 - 4.1 計算状況
 - 4.2 計算結果
5. 結論と考察
6. 文献

1. 導入

1.1 宇宙空間における電極とプラズマ

プラズマで満たされた宇宙空間に電極が置かれて電位が与えられたとき、電極とプラズマは電磁気的な相互作用を行う。このことを利用してプラズマの諸量に関してさまざまな観測を行うことができ、これらの電極はプラズマプローブとよばれる。このような観測に用いられる電極には、平行平板や同心円筒など、解析の都合上対称性のよいもの選ばれている。

一方、通信用のアンテナや太陽電池のコネクタなど、実用目的で用いられている電極も数多くある。これらの電極は上記の研究目的のものとは異なり、

1) 電極がプラズマプローブのように解析に適した対称性を有していない。

2) 電極が複数個並置されていて、それらの相互作用の影響があらわれる。

などの理由により、解析が難しい。しかし、このような状況における電極とプラズマの相互作用の評価は電極の効率的な利用のために欠かせないものである。

1.2 空間電荷制限電流

電極と荷電粒子の相互作用を評価する上で重要な空間電荷制限電流という量がある。簡単にいうと、流し込んだ電流自身の電荷によって作られる電場が流し込める電流の大きさを制限するということである。

平行平板コンデンサーのような、電位差が与えられた二つの平板電極の間の空間を考える。空間内に電荷がないとき、電位は直線状に変化する(図1、電荷なし)。このとき、(正に帯電した)荷電粒子はこの電位の勾配に沿って加速を受けながら運動する。とくに、速度0で注入された粒子も勾配に沿って他方の電極に到達することが可能である(もちろん、図1において右方向のみ)。

さらに荷電粒子を注入し続け、空間内に電荷が分布すると、この電荷分布の影響によって電位変化が上向きに湾曲し始める(図1、電荷少)。このときも、出発点(図1の左端)において勾配が水平あるいは下向きであり、変曲点がなければ、速度0で注入された荷電粒子は右端の電極にまで到達することができる。

しかし、これにさらに荷電粒子を注入すると状況が変わる。空間内の電荷が多くなると、電位変化の湾曲が大きくなり、ついには出発点における勾配が上向きになり、電位に変曲点が生じる。このような状況においては、出発点に速度0で注入された荷電粒子は空間内に入って行けず、空間内を電流が流れにくくなってしまふ。

したがって、荷電粒子がすべて速度0で注入されるとき、ある電流の値において出発点での電位勾配が0(水平)になり、これより大きな電流を空間内に流すことはできない。この電流の臨界値を空間電荷制限電流(space charge limited current)という。この値を超えると電荷の蓄積や放電現象などが生じると考えられる。

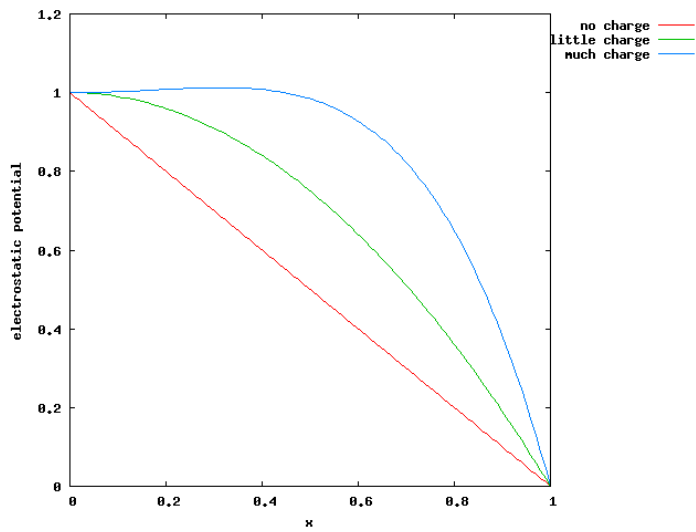


図1: 電荷と静電ポテンシャル。

両端の電位はそれぞれ0,1で固定されている。赤:電荷なし。緑:電荷、少。青:電荷、多。電荷が増えるほど電位分布は湾曲していく。x=0での傾斜が正であれば、電荷は流入できない。

1.3 目的

電極と宇宙空間プラズマの相互作用を現実の具体的な系について評価する前段階として、場の理論的な記述におけるモデル方程式の構成およびその試行的な数値計算を行う。

2. 数値モデル

2.1 モデル設定と基礎方程式

プラズマ中に置かれた電極に正の電位を与えたとき、電極の周囲に電子シースとよばれる領域が形成され、この内部では電子のみが存在し正に帯電したイオンは排除されている。このような状況を二つの電位差を与えられた電極間に電子が分布している状態を考えることによってモデル化する。すなわち、シースの境界部分と本来の正電位電極を二つの電極対とみなす。

このとき、各物理量は以下のような場の方程式によって記述される；

静電ポテンシャルに対する Poisson 方程式

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{x}) = -\frac{\rho(\mathbf{x})}{\varepsilon},$$

連続の方程式

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{x}) + \right) \nabla \cdot \mathbf{i}(\mathbf{x}) = 0,$$

速度場の運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \mathbf{v}(\mathbf{x}) &= \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}(\mathbf{x}) + (\mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \nabla) \mathbf{v}(\mathbf{x}) \\ &= \frac{e}{m_e} \nabla \varphi(\mathbf{x}), \end{aligned}$$

電流と(電荷)密度と速度の関係式

$$\mathbf{i}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}) \mathbf{v}(\mathbf{x}).$$

$\varphi(\mathbf{x})$: 静電ポテンシャル(電位)

$\rho(\mathbf{x})$: 電荷密度

$\mathbf{i}(\mathbf{x})$: 電流密度

$\mathbf{v}(\mathbf{x})$: 速度

e : 電気素量

m_e : 電子質量

ε : 誘電率

\mathbf{v}_0 : 基準点での速度

φ_0 : 基準点での電位

\mathbf{x} : 位置座標

単位系は MKSA 単位系を採用している。

求めるべき物理量は上の4つであり、これらはすべて場の量であることに注意する。

2.2 無次元化

計算の便宜のため、物理量の無次元化を行う。

以下のように変換する；

$$\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{L},$$

$$\mathbf{v} \rightarrow \hat{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{c},$$

$$\varphi \rightarrow \hat{\varphi} = \frac{\varphi}{\Phi},$$

$$\rho \rightarrow \hat{\rho} = \frac{\rho}{\langle \rho \rangle}.$$

c は光速度。ここで、

$$L = \frac{e^2}{\varepsilon c^2 m_e},$$

$$\Phi = \frac{m_e c^2}{e},$$

$$\langle \rho \rangle = \frac{\varepsilon^2 c^6 m_e^3}{e^5}.$$

この変換により、方程式は以下ようになる；

$$\nabla^2 \varphi(\mathbf{x}) = -\rho(\mathbf{x}),$$

$$\nabla \cdot \mathbf{i}(\mathbf{x}) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}(\mathbf{x}) + (\mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \nabla) \mathbf{v}(\mathbf{x}) = \nabla \varphi(\mathbf{x}),$$

$$\mathbf{i}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}) \mathbf{v}(\mathbf{x}).$$

物理量はすべて規格化されたものであり、ハット記号は省略して記した。

以後の数値計算においてはこの方程式系を用いる。

3. 数値計算

テスト計算として、絶縁体で区切られた同心半円筒に対する計算を行った。(図2)円筒の筒の方向の並進対称性により、2次元同心半円に対する計算となっている。

計算には正方格子を用い、円周境界は粗めに扱っている。

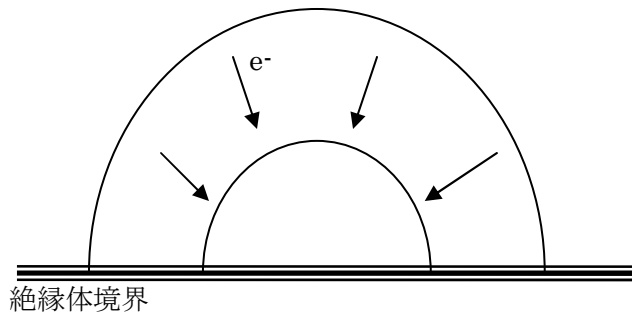


図 2:同心半円電極

3.1 計算方法

本計算では定常状態の解を求めることを目的とし、数値解は緩和によって求める。すなわち、適当な初期条件の下で2. で導かれた方程式系の時間発展を計算し、物理量の時間変化が十分小さく収束したところでそれらを定常解とした。運動方程式の計算には数値流体計算などでよく用いられるCIP法を、Poisson方程式の計算にはそれ自身緩和法の一つであるSOR法をそれぞれ用いて計算を行った。

3.2 境界条件

電子の注入点=外円上において、上記の ρ 、 v を与える。

電位は、外円上に置いて 0、内円上において 1 とした。

絶縁体上の電位は、外円と内円の値を滑らかにつなぐように与える。

(実際の系でどうなっているかは不明:個別の系による)

ここでは、

$$\phi(x) = \left(\frac{R-x}{R-r} \right)^\alpha, (\text{絶縁体境界上})$$

R : 外円の半径

r : 内円の半径

x : 同心半円の中心からの距離

$$1 < \alpha < 2$$

とした。

4. 結果

4.1 計算条件

同心半円の半径: 外円 1、内円 0.125。

格子: x 方向 81 個、 y 方向 41 個、辺が 2×1 の長方形。

内部に同心半円を埋め込む。

$\alpha = 1.1$ 。

境界値; 外円上において

$$v_0 = 0.01,$$

$$\rho_0 = 100,$$

電流密度の値は 1 である。

4.2 計算結果

まず、図 4-6 に静電ポテンシャル、密度、速度の結果をそれぞれ示す。

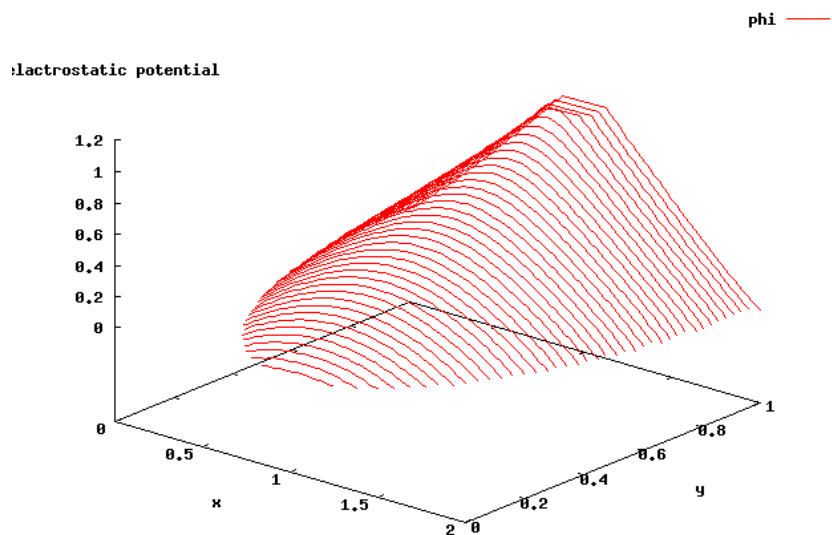


図 4: 静電ポテンシャル場。電子は負に帯電するため、このポテンシャルの山をのぼっていく。

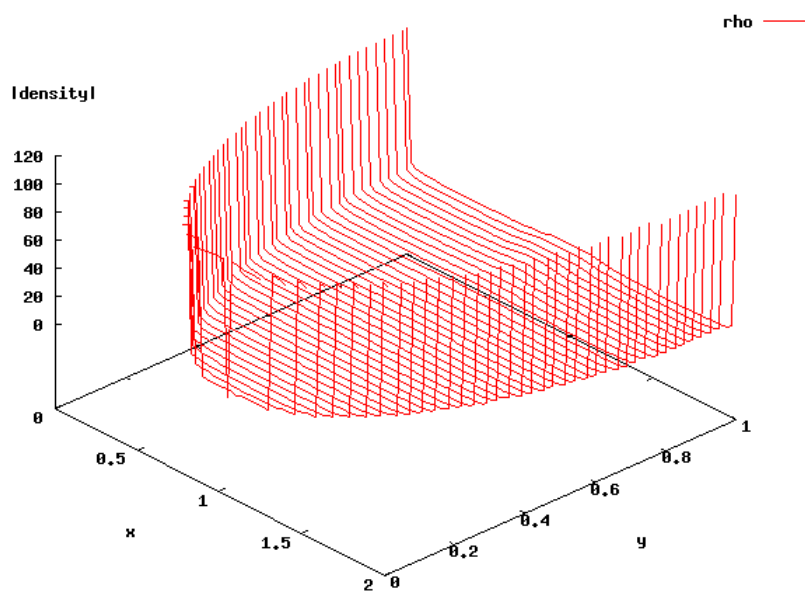


図 5: 電荷密度の絶対値。境界付近で急激に密度が下がる。

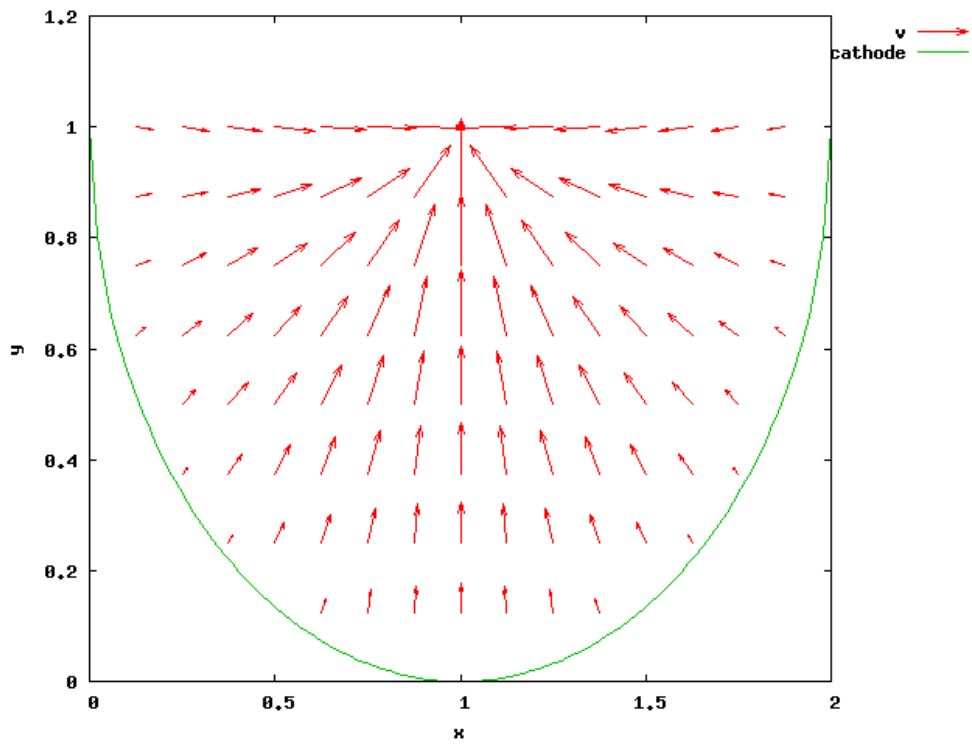


図 6:速度ベクトル。半円はカソード(電子入射面)を表す。矢印の始点における速度を表しており、矢印の長さは速度に比例している。凡例の矢印が無次元速度1に対応。

結果は外円境界から小さい速度で電子が入り、ポテンシャルによって加速されて内円に到達するという状況を考えれば定性的には不自然なものではないと思われる。

次に、図 7-9 にそれぞれ $x=1$ における静電ポテンシャル、密度、速度の y 成分のプロットを示す。直線 $x=1$ は絶縁体境界に垂直な半円の中心を通る直線である。(グラフは両対数プロット、横軸が y 座標で縦軸が物理量)

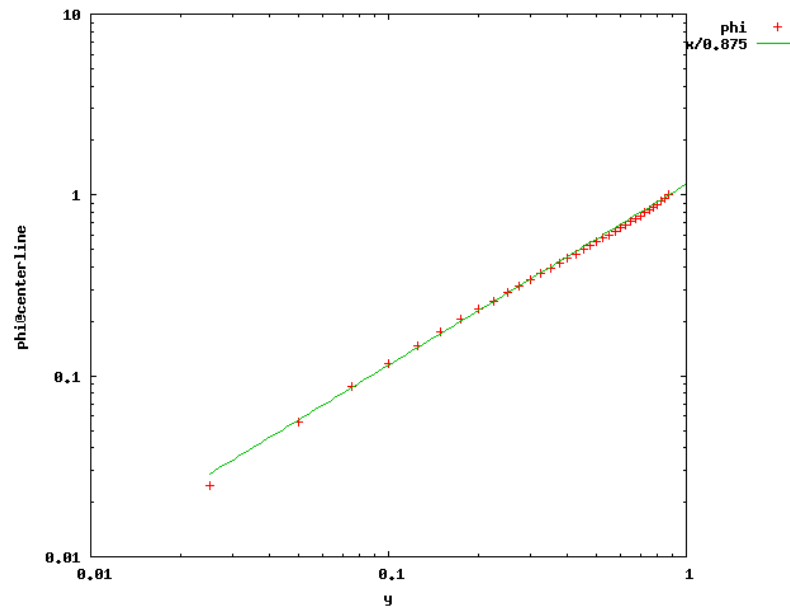


図 7: 中央線上における静電ポテンシャル。だいたい y に比例している。

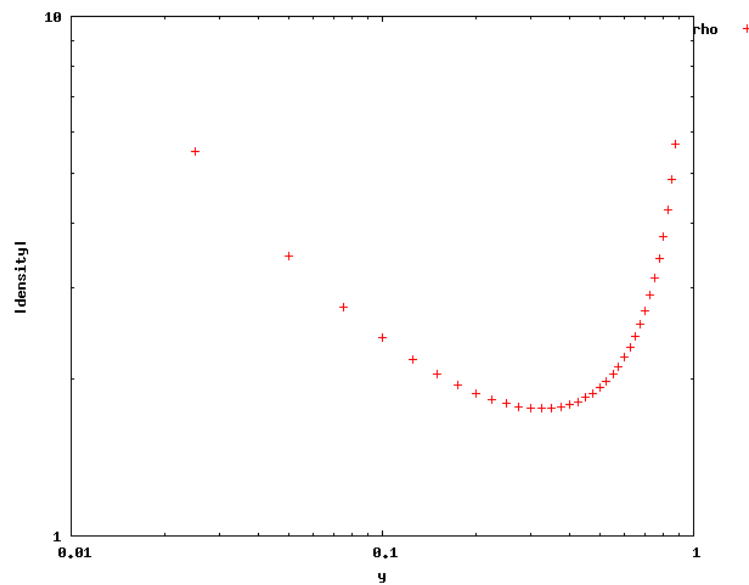


図 8: 中央線上の密度。入射点近傍で急に密度が下がり、中心に近づく密度が再び大きくなってきている。

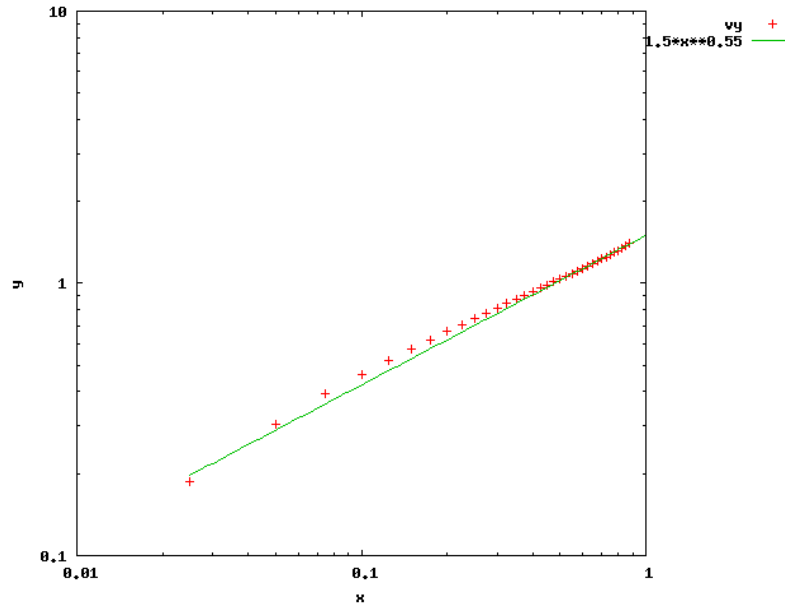


図9:中央線上の速度。だいたい $y^{0.55}$ に比例している。

密度のふるまいがやや特異であるが、原因は定かではない。

5. 結論と考察

電極とプラズマの相互作用を一般的な状況を想定して場の理論的な数値計算を行った。密度、速度、電位などの物理量を計算することができたのでさまざまな状況に対応は可能と思われるが、今後の個別の状況に即した発展的な計算のためのいくつかの考察をあたえる。

1. 境界条件、格子の選択

今回の計算では素朴に正方格子を用いて計算を行ったが、具体的な状況に即した適当な格子の採り方によってより有効な計算が行え、また物理量の視覚化もより行い易いものになる可能性が大きい。

また、絶縁体上の境界条件についても実験との比較を行うことで具体的にいろいろな条件が課されることが想定される。それに対応できるようにすることも重要である。

2. 空間電荷制限電流の計算

今回のような場合、空間電荷制限電流に空間に対する依存性が生じる。すなわち、シースの形状を固定して考えると、局所的に最も小さな空間電荷制限電流が全系のそれを決めるということである。そのような判断基準を与えて全方向に関する積分を行

うことでこのような場合の電流の計算が行えると思われる。空間電荷制限電流の条件はシース領域の境界面に関する式でもあるので、最終的にはシース領域の大きさ、形状も含めて self-consistent に計算をすることになるであろう。このような空間依存性は境界条件に大きく依存していると考えられ、上述の格子選択などとともに考えられるべき問題である。

3. その他発展的なこと

もともとの方程式には時間変数が含まれており、系のダイナミクスを追うことも可能である。また、複数の電極が並置されている一般的な場合においても、適当な境界条件を課することで同じ方程式の枠組みで考察をすることができるメリットがあると思われる。

6. 文献

1. I.Langmuir and K.B.Blodgett, Phys.Rev.24(1924)49 and references therein.
2. 岩波理化学辞典(第5版)